Sucesiones

Acercándonos al infinito

ACTIVIDAD 1

Cuando en las novelas de ciencia ficción se realizan viajes interplanetarios o interestelares, no suelen mencionarse "pequeños detalles", como la alimentación de los astronautas. Pero Venus, el planeta más cercano a la Tierra, está cien veces mas lejos que la Luna, y Neptuno está 11.500 veces más lejos que la Luna. Se comprende entonces que en los viajes interplanetarios que han de durar largos meses e incluso años, el problema de alimentación de los tripulantes es muy serio. El almacenamiento de los alimentos en su estado habitual supondría una enorme sobrecarga para la astronave.

Por ello, los científicos tratan de poner a punto sistemas cíclicos en los que los desperdicios puedan ser utilizados. Las algas, como las otras plantas, absorben dióxido de carbono y proporcionan oxígeno. Además, pueden utilizar como alimento los productos de desecho de los astronautas y servir como alimento.

Cierta clase de alga, llamada clorella, se reproduce duplicando su número en dos horas y media. Al cabo de otras dos horas y media vuelve a duplicar su número, y así sucesivamente.

a. Encuentren la expresión que relacione el número de kilos de clorella (suponiendo que inicialmente se cuenta con 1 kg) en función del período de reproducción y representen gráficamente.

b. Este crecimiento tan rápido crearía algunas dificultades en la astronave, porque, transcurridos 40 períodos, es decir, poco más de cuatro días, habría 2^{40} kilos de algas (¡más de un millón de millones de kilos!).

Por otra parte, es natural que el crecimiento no siga ese ritmo porque las algas van muriendo o siendo consumidas y, además, ¡no habría suficientes productos de desecho para alimentar a tantas algas ni sitio en la astronave por grande que ésta fuera!

Aislándonos de estas cuestiones, ¿hasta cuánto podría aumentar la cantidad de algas con el transcurso del tiempo?

ACTIVIDAD 2

Consideremos el experimento aleatorio que consiste en lanzar una moneda balanceada tantas veces hasta que salga cara, en cuyo caso ya no se lanza más.

a. Encuentren la expresión que relacione la probabilidad de que "salga cara" en función del número de veces que hay que arrojar la moneda y representen gráficamente.

b. ¿Puede ocurrir que lanzando 100.000 veces la moneda nunca salga cara?

c. ¿Puede ocurrir que la probabilidad buscada sea tan próxima a cero como queramos? ¿En algún caso podrá ser cero?

Reflexión

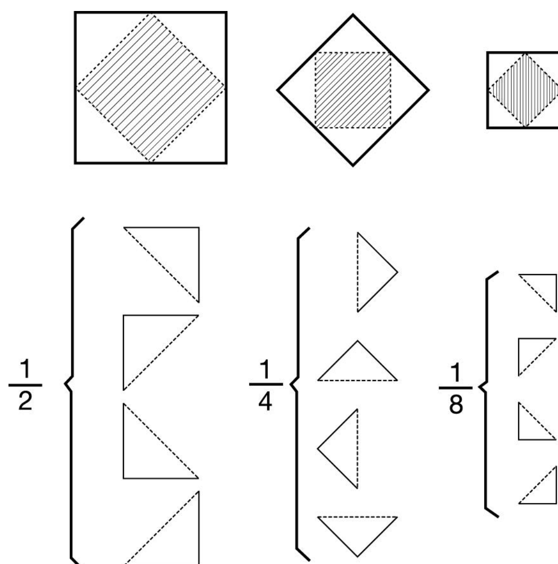
Las funciones que han utilizado para resolver las actividades anteriores tienen características especiales: se trata de funciones cuyo dominio es el conjunto de los números naturales y cuyo conjunto imagen es un subconjunto de los números reales. Se las denomina sucesiones.

Habrán observado que, en la primera actividad, basta con aumentar n para que los valores de f(n) crezcan enormemente. ¿Sucede lo mismo en la segunda?



ACTIVIDAD 3

Tomen un cuadrado de papel de área 1 y corten todas las esquinas como se indica en la figura. Con el cuadrado que queda realicen una operación similar, y así sucesivamente.



a. Construyan una tabla que represente el área del cuadrado de papel que queda sobre la mesa en función del número de veces que se han realizado los cortes

b. Encuentren la expresión general de esa relación y representen gráficamente.

c. ¿Se trata de una sucesión? ¿Por qué?

d. ¿Podremos tener sobre la mesa todo el papel, es decir, una cantidad de papel de área 1?

e. ¿Podremos tener en la mano tan poco papel como queramos?

f. ¿Cuál es el comportamiento de f(n) al aumentar n?